الوحدة07 الاحتمالات

الكفاءات القاعدية

تعيين مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية

حادثة بسيطة، حادثة مركبة

التعرف على إتحاد حادثتين، تقاطع حادثتين الحادثة العكسية

معرفة قانون الاحتمال على مجموعة منتهية

معرفة حساب احتمال حادثة (حالة تساوي الاحتمالات)

حساب احتمال الحادثة العكسية وإتحاد حادثتين وتقاطع حادثتين

تصميم الدرس

الأنشطة

1/ التجربة العشوائية:

2/ تعريف قانون احتمال على مجموعة إمكانيات، نمذجة تجربة عشوائية:

3/ الحوادث المتعلقة بتجربة عشوائية:

4/ احتمال حادثة:

تمارين ومشكلات حول الاحتمالات

حلول التمارين والمشكلات حول الاحتمالات

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

الأنشطة

النشاط 01 : الإحتمالات والتواترات (1)

- **المعطيات والأسئلة** :

لدينا قطعة نقدية متوازية ترمز إلى وجهيها بالرمزين P و F

1 كل واحد من تلاميذ قسم –وعددهم 40- رمى القطعة النقدية 10 مرات فحصلنا على عينة مقاسها 400 للتجربة "رمي القطعة النقدية" توزيع التكرارات بها كما يلي:

النتيجة	P	F
التكرار	223	177

- أحسب تواتر كل من النتيجتين P و F

2 استعملنا مجدول Excel لمحاكاة عينة مقاسها 10000 للتجربة "رمي القطعة النقدية" فحصلنا على جدول توزيع التكرارات التالي:

النتيجة	P	F
التكرار	5022	4978

- أحسب تواتر كل من النتيجتين P و F

3 نظريا، وكون القطعة النقدية متوازية، إذا رميت هذه القطعة مرة واحدة –حدسيا- بكم تقدر حظوظ ظهور الوجه P؟

- **الأجوبة والملاحظة:**

1 تواتر النتيجة P هو $\frac{223}{400}$ وهو 0,5575

جميع الحقوق محفوظة ©

وتواتر النتيجة F هو $\frac{177}{400}$ وهو $0,4425$

2 تواتر النتيجة P هو $\frac{5022}{10000}$ وهو $0,5022$

وتواتر النتيجة F هو $\frac{4978}{10000}$ وهو $0,4978$

بما أن القطعة النقدية المعتبرة متوازنة وبما أن للتجربة "رمي القطة النقدية" نتيجتين ممكنتين، نظريا: للنتيجة "ظهور الوجه P" حظ واحد من حظين"

وعليه حظوظ "ظهور الوجه P" تقدر بنسبة 50% أي $\frac{50}{100}$ أي $0,5$

¶ ملاحظة:

يعبر على النتيجة المحصل عليها في الإجابة على السؤال (3) كما يلي:

"إحتمال الحادثة "ظهور الوجه P يساوي $0,5$"

ونلاحظ –من خلال الإجابة على السؤال (2)- أنه: عندما نقوم بمحاكاة عينة مقاسها كبير جدا للتجربة فإن "تواتر النتيجة P" يكون قريبا من "إحتمال ظهور الوجه P" وهذا معقول جدا (!!)

النشاط 2: الإحتمالات والتواترات (2)

- **المعطيات والأسئلة:**

لبيب وشريف يلعبون لعبة تعتمد على رمي زهر نرد أوجهه تحمل الأرقام من 1 إلى 6.

عند رمي زهر نرد D_1، لاحظ لبيب وشريف تكرارا غير عادي لظهور الوجه الذي يحمل الرقم 6 وقصد البحث في هذا الموضوع، قام لبيب بجمع

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

نتائج عينة مقاسها 1000 للتجربة "رمي زهر النرد D_1" (لقد ساعده على ذلك أصدقاء له) فتحصل على جدول التوزيع التكراري التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
التكرار	150	135	145	130	140	

1) عين تكرار القيمة 6 ثم أنشيء جدول توزيع التواترات الممثل للعينة المدروسة.

2) إذا اعتمدنا على النتائج المحصل عليها في الإجابة على السؤال السابق هل يمكننا أن نقول أن ملاحظة شريف ولبيب "مشروعة"

- **الأجوبة:**

1) عدد المشاهدات (أي التكرار الكلي) يساوي 1000 منه تكرار القيمة 6 هو: (140+130+145+135+150)-1000

منه تكرار القيمة 6 هو 300

وجدول توزيع التواترات يكون كما يلي:

(تواتر قيمة يساوي حاصل قسمة تكرارها على التكرار الكلي) ومجموع تواترات جميع القيم يساوي 1

النتيجة	1	2	3	4	5	6
التكرار	0,15	0,135	0,145	0,13	0,14	0,3

2) إذا اعتمدنا على النموذج التجريبي الذي أخذه لبيب:

إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 1 هي 15%

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 2 هي 13,5%

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 3 هي 14,5%

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 4 هي 13%

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 5 هي 14%

نسبة ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 6 هي 30%

من خلال هذه الأرقام يمكننا أن نقول أن حظوظ ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 6 أكبر من حظوظ ظهور الأوجه الأخرى.

وبالتالي ملاحظة شريف ولبيب مشروعة.

النشاط 4: مفهوم الحادثة

- **المعطيات والأسئلة:**

يحتوي كيس غير شفاف على 12 كرة مرقمة من 1 إلى 12 لا نفرق بينها عند اللمس (كل كرة تحمل رقما واحدا وكل كرتين مختلفتين تحملان رقمين مختلفين) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس ونهتم بالرقم الذي تحمله الكرة المسحوبة.

1. ما هي المجموعة Ω مجموعة جميع النتائج الممكنة للسحب؟
2. "رقم الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3" يعني: نتيجة السحب تنتمي إلى مجموعة A

رقم الكرة المسحوبة عدد زوجي" يعني: نتيجة السحب تنتمي إلى مجموعة B

رقم الكرة المسحوبة ليس مضاعف للعدد 3" يعني: نتيجة السحب تنتمي إلى مجموعة C

رقم الكرة المسحوبة زوجي ومضاعف للعدد 3" يعني: نتيجة السحب تنتمي إلى مجموعة D

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

رقم الكرة المسحوبة زوجي أو مضاعف للعدد 3" يعني: نتيجة السحب تنتمي إلى مجموعة F

أ- عين كل من المجموعات A,B,C,D,F

ب- أعط كل من المجموعات C,D,F اعتمادا على المجموعتين A و B

- **الأجوبة والملاحظات:**

1 Ω، مجموعة جميع النتائج الممكنة (أو الإمكانيات أو المخارج للتجربة العشوائية هي بحيث: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}$.

2 أ- $A = \{3;6;9;12\}$

$B = \{2;4;6;8;10;12\}$

$C = \{1;2;4;5;7;8;10;11\}$

$D = \{6;12\}$

$F = \{2;3;4;6;8;9;10;12\}$

ب- كل من A,B,C,D,F هي مجموعات جزئية من Ω

ولدينا: C هي متممة A إلى Ω الترميز: $C = \overline{A}$

D هي تقاطع المجموعتين A و B الترميز: $D = A \cap B$

F عي إتحاد المجموعتين A و B الترميز: $F = A \cup B$

¶ ملاحظة:

* والوضع في النشاط 3 سائد، "التفكير" في المجموعة A (على سبيل المثال) يعود إلى "التفكير" في الجملة "رقم الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3" ولغويا هذه الجملة تمثل "حادثة " لذا نسمي حادثة متعلقة بتجربة عشوائية كل مجموعة جزئية من مجموعة جميع النتائج الممكنة لهذه التجربة.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

** إذا أردنا تحديد وسيلة تمكننا من التقييم العددي لحظوظ تحقيق حادثة ما يجب أن يكون لدينا "سلم للتنقيط" وبما أن الكيس غير شفاف والكرات متشابهة عند اللمس والسحب عشوائي يمكننا أن نصطلح:

لدينا حظ واحد من 12 حظا للحصول على كل واحد من الأعداد $1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12$ ولذا نقول: إحتمال كل واحدة من النتائج الممكنة للتجربة العشوائية المعتبرة هو $\frac{1}{12}$ وهكذا يلخص هذا "السلم" كما يلي:

النتيجة (أو الإمكانية أو المخرج) x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الإحتمال p_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

وتحديد مثل هذا السلم يسمى تعريف قانون إحتمال على المجموعة Ω (لاحظ أن جميع الأعداد p_i موجبة وأن مجموعها يساوي 1)

وإذا أردنا استعمال هذا السلم لحساب $p(A)$ ، احتمال الحادثة A وبالإعتماد على الحدس، لدينا 4 حظوظ من 12 حظا لتحقيق الحادثة A

وحدسيا: $p(A)=\frac{4}{12}$ أي $p(A)=\frac{1}{3}$

نلاحظ أن $A=\{3;6;9;12\}$ و $p(A)=p_3+p_6+p_9+p_{12}$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

*** وبالإعتماد على كل هذه الملاحظات المبنية على واقع "ميداني" يضع العلماء التعاريف والاصطلاحات.

1/ التجربة العشوائية:

أ- تعريف (تذكير)

نسمي تجربة عشوائية كل تجربة نعرف جميع النتائج الممكنة لها ولكنه لا نستطيع أن نتنبأ بصفة مؤكدة أي نتيجة ستحقق فعلا عندما نقوم بهذه التجربة.

نسمي مخرجا لتجربة عشوائية (أو إمكانية لتجربة عشوائية) كل نتيجة ممكنة لهذه التجربة العشوائية.

ب- ملاحظة:

عندما نضم جميع المخارج لتجربة عشوائية في مجموعة نكون قد حصلنا على مجموعة الإمكانيات لهذه التجربة وعادة يرمز إلى مجموعة إمكانيات بالرمز Ω وفي هذه السنة الدراسية، كل واحدة من التجارب العشوائية المعتبرة هي تجربة عشوائية مجموعة مخارجها مجموعة منتهية.

2/ تعريف قانون احتمال على مجموعة إمكانيات، نمذجة تجربة عشوائية:

تعريف 1:

لتكن Ω مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية بحيث:

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

نقول أننا عرفنا قانون احتمال P على المجموعة Ω عندما نرفق بكل مخرج ω_i عددا حقيقا موجبا p_i (وهذا من $i=1$ إلى غاية $i=n$)

بحيث يكون: $p_1+p_2+.....+p_n=1$ وعندئذ:

من أجل كل عدد طبيعي i، بحيث: $n\geq i\geq 1$، العدد p_i يسمى احتمال المخرج ω_i ويرمز إليه كذلك بالرمز $P(\omega_i)$.

يعرف قانون الاحتمال P بجدول من الشكل:

المخرج ω_i	ω_1	ω_2	.....	ω_n
الاحتمال p_i	p_1	p_2	.....	P_n

تعريف 2:

نمذجة تجربة عشوائية يعني "إرفاق بهذه التجربة قانون احتمال-ملائم-معرف على المجموعة Ω، مجموعة مخارج هذه التجربة العشوائية"

مثالان:

1* يحتوي كيس على 4 كرات حمراء و3 كرات خضراء و6 كرات صفراء لا نفرق بينها عند اللمس: نسحب عشوائيا كرة واحدة من هذا الكيس ونهتم بلون الكرة المسحوبة.

بما اننا نسحب كرة واحدة ونهتم بلونها فإنه للتجربة العشوائية مخارج "الكرة المسحوبة حمراء" لنرمز بالرمز R إلى هذا المخرج

"الكرة المسحوبة خضراء" لنرمز بالرمز V إلى هذا المخرج

"الكرة المسحوبة صفراء" لنرمز بالرمز J إلى هذا المخرج

منه Ω مجموعة مخارج عملية السحب هي بحيث: $\Omega=\{R.V.J\}$ ولنمذجة هذه التجربة العشوائية:

عدد الكرات الموجودة في الكيس هو 13

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

منه: لدينا 4 حظوظ من 13 كي تكون الكرة المسحوبة حمراء

لدينا 3 حظوظ من 13 كي تكون الكرة المسحوبة خضراء

لدينا 6 حظوظ من 13 كي تكون الكرة المسحوبة صفراء

وبالتالي تكون نمذجة هذه التجربة العشوائية بقانون الاحتمال:

المخرج (ω_i)	R	V	J
الاحتمال (p_i)	$\frac{4}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{6}{13}$

2* نرمي زهر نرد متوازن أوجهه تحمل الأرقام من 1 إلى 6 ونهتم بالرقم الذي يحمله الوجه المقابل للوجه الذي وقع عليه النرد.

Ω مجموعة مخارج عملية الرمي هذه هي بحيث: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$ وبما أن النرد متوازن فإن لكل واحد من المخارج $1;2;3;4;5;6$ حظ واحد من 6 حظوظ كي تتحقق وبالتالي تكون ربة العشوائية بقانون الاحتمال.

المخرج (ω_i)	1	2	3	4	5	6
الاحتمال (p_i)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

تعريف 3:

لتكن Ω مجموعة منتهية بحيث: $\Omega = \{\omega_1, \omega_{21}, ..., \omega_n\}$ وليكن P قانون احتمال على Ω بحيث:

$$P(\omega_1) = p_1, P(\omega_2) = p_2, ..., P(\omega_n) = p_n$$

نقول عن قانون الاحتمال P أنه متساوي التوزيع للتعبير على

$$p_1 = p_2 = ... = p_n$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

وللتعبير على المساويات $p_1 = p_2 = ... = p_n$ نقول كذلك أن الإمكانيات $\omega_1, \omega_{21}, ..., \omega_n$ متساوي الاحتمالات.

استنتاج:

نعتبر الوضع في التعريف 3 سائد

إذا وضعنا $p_1 = p_2 = ... = p_n = \alpha$

لدينا: $p_1 = p_2 = ... = p_n = 1$ (من تعريف قانون الاحتمال)

منه: $\alpha + ... + \alpha = 1$ منه: $n.\alpha = 1$ منه: $\alpha = \frac{1}{n}$

مبرهنة:

إذا كانت Ω مجموعة إمكانيات بحيث: $\Omega = \{\omega_1, \omega_{21}, ..., \omega_n\}$ وكان P قانون احتمال متساوي التوزيع على

لدينا: $P(\omega_1) = P(\omega_2) = ... = P(\omega_n) = \frac{1}{n}$

حيث n عدد عناصر المجموعة Ω

مثلا:

في المثال 2* المعتبر أعلاه قانون الاحتمال متساوي التوزيع وفي المثال 1* قانون الاحتمال ليس متساوي التوزيع.

قانون الأعداد الكبيرة:

إذا كانت المعطيات المتعلقة بتجربة عشوائية لا تسمح بنمذجة مباشرة لهذه التجربة، نعتمد على القانون التالي:

قانون الأعداد الكبيرة:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

عندما نقوم بتجربة عشوائية n مرة في نفس الظروف فإن تواتر كل مخرج يؤول إلى احتمال هذا المخرج عندما n يأخذ قيما كبيرة جدا جدا.

مثال:

يحتوي كيس على كرات حمراء وعلى كرات خضراء كلها متماثلة عند اللمس، نسحب عشوائيا كرة واحدة من هذا الكيس ونهتم بلون الكرة المسحوبة.

المعطيات لا تسمح بنمذجة مباشرة لهذه التجربة لأنها لا تحدد عدد الكرات داخل الكيس ولا تحدد توزيع اللونين.

لنمذجة هذه التجربة العشوائية،

ننجز هذه التجربة في نفس الظروف 1000 مرة.

إذا حصلنا على 315 مرة كرة حمراء و685 مرة كرة خضراء تكون نمذجة التجربة بقانون الاحتمال التالي:

المخرج	R	V
الاحتمال	0,315	0,685

حيث R يرمز إلى المخرج "الكرة المسحوبة حمراء"

V يرمز إلى المخرج "الكرة المسحوبة خضراء"

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

3/ الحوادث المتعلقة بتجربة عشوائية:

أ- تعريف:

لتكن Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية.

نسمي حادثة متعلقة بهذه التجربة العشوائية كل مجموعة جزئية من Ω.

إذا كانت A حادثة متعلقة بالتجربة العشوائية وكان ω مخرجا لهذه التجربة

للتعبير على $\omega \in A$ نقول "المخرج ω يحقق الحادثة A"

حادثة بسيطة هي حادثة يحققها مخرج واحد وواحد فقط.

ϕ يسمى الحداثة المستحيلة

Ω يسمى الحادثة الأكيدة.

ب- تعاريف أخرى، ترميز:

لتكن Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية ولتكن A و B حادثتين متعلقتين بهذه التجربة.

الحادثة المضادة للحادثة A (أو الحادثة العكسية للحادثة A) هي مجموعة المخارج التي لا تحقق الحادثة A

يرمز بالرمز $\overline{A}$ إلى الحادثة المضادة للحادثة A .

إتحاد الحادثتين A و B هي مجموعة المخارج التي تحقق واحدة على الأقل من الحادثتين A أو B.

يرمز بالرمز $A \cup B$ إلى إتحاد الحادثتين A و B والحادثة $\underline{A \cup B}$ تسمى كذلك الحادثة "A أو B".

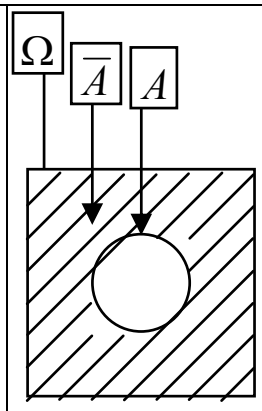
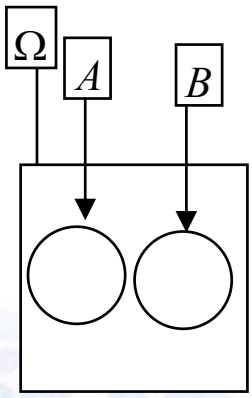
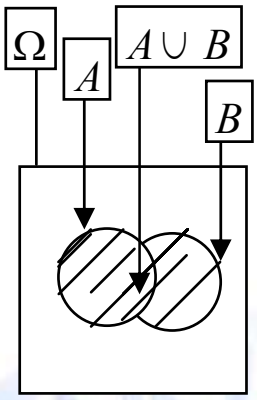
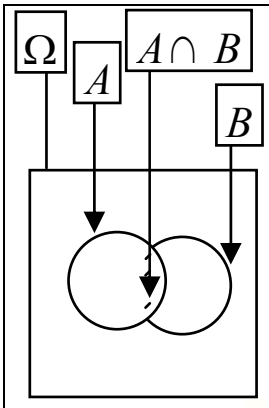
http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

تقاطع الحادثتين A و B هي مجموعة المخارج التي تحقق كل واحدة من الحادثتين A و B، في آن واحدة.

يرمز بالرمز $A \cap B$ إلى تقاطع الحادثتين A و B والحادثة $\underline{A \cap B}$ تسمى كذلك الحادثة "A أو B".

الحادثتان A و B منفصلتان (أو غير متلائمتين) يعني $A \cap B = \phi$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

			
$\overline{A}$ هي الحادثة العكسية (أو الحادثة المضادة للحادثة A)	الحادثتان A و B منفصلتان (أو غير متلائمتين)	هي إتحاد الحادثتين A و B ($A \cup B$ هي الحادثة A أو B)	$A \cap B$ هي تقاطع الحادثتين A و B ($A \cap B$ هي الحادثة A و B)

4/ احتمال حادثة:

أ- تعريف، ترميز:

لتكن تجربة عشوائية منذمجة بقانون احتمال P على مجموعة مخارجها ولتكن A حادثة متعلقة بهذه التجربة العشوائية، احتمال الحادثة A هو العدد الحقيقي المرمز إليه بالرمز $P(A)$ والمعرف كما يلي:

إذا كان $A = \phi$: $P(\phi) = 0$

إذا كان $A = \{\alpha\}$: $P(A) = P(\alpha)$ (حيث α مخرج للتجربة العشوائية)

إذا كان: $A = \{\alpha_1, \alpha_2, ...\alpha_n\}$ $P(A) = P(\alpha_1) + P(\alpha_2) + ... + P(\alpha_n)$

حيث: $\alpha_1, \alpha_{21}, ..., \alpha_n$ مخارج للتجربة العشوائية)

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

مثال:

نرمي نردا D أوجهه تحمل الأرقام 1،2،3،4،5،6 ونهتم بالرقم الذي يحمله الوجه المقابل للوجه الذي وقع عليه النرد.

قانون الأعداد الكبيرة مكننا من نمذجة التجربة "رمي النرد D" بقانون الاحتمال P المعرف بالجدول التالي:

المخرج ω_i	1	2	3	4	5	6
الاحتمال $P(\omega_i)$	0,15	0,12	0,07	0,23	0,24	0,19

لنسمي A الحادثة "ظهور وجه يحمل رقما فرديا"

لنحسب احتمال الحادثة A

لدينا: $A=\{1;3;5\}$ منه وحسب التعريف:

$$P(A)=P(1)+P(3)+P(5)$$
$$=0,15+0,07+0,24$$

منه احتمال الحادثة A هو 0,46

وهذا يعني أنه إذا رمينا النرد D لدينا 46% من الحظوظ لكي يظهر وجه يحمل رقما فرديا.

ب- حساب احتمال حادثة في حالة إمكانيات متساوية الاحتمالات:

لتكن Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية بحيث:

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,.....,\omega_n\}$$

لنفرض أن التجربة منمذجة بقانون احتمال P متساوي التوزيع عدد مخارج التجربة هو n منه- وحسب المبرهنة (في الفقرة (2)) مهما يكن المخرج

$$P(\omega_i)=\frac{1}{n}$$

وإذا كانت A حادثة بحيث: $A=\{\alpha_1,\alpha_2,.....\alpha_n\}$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

عدد المخارج التي تحقق الحادثة A هو k وحسب التعريف

$$P(A) = P(\alpha_1) + P(\alpha_2) + ... + P(\alpha_n)$$
$$= \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + ... + \frac{1}{n}$$

k حدا

منه $P(A) = k.\left(\frac{1}{n}\right)$

منه: $P(A) = \frac{k}{n}$ (1)

** إذا كانت A حادثة بحيث: $A = \phi$ عدد المخارج التي تحقق A هو 0

و $P(A) = 0$ (حسب التعريف)

منه: $P(A) = \frac{0}{n}$ (2)

*** إذا كانت A حادثة بسيطة بحيث: $A = \{\alpha\}$

$$P(A) = P(\alpha) = \frac{1}{n}$$

عدد المخارج التي تحقق A هو 1 (3)

من (1) و(2) و(3):

مهما تكن الحادثة A : $P(A)$ $\frac{\text{عدد المخارج التي تحقق الحادثة } A}{\text{عدد جميع المخارج للتجربة العشوائية}}$

المبرهنة:

لتكن تجربة عشوائية منمذجة بقانون احتمال P متساوي التوزيع على المجموعة Ω مجموعة المخارج لهذه التجربة.

مهما تكن الحادثة A : $P(A)$ $\frac{\text{عدد المخارج التي تحقق الحادثة } A}{\text{عدد جميع المخارج للتجربة العشوائية}}$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

(عدد المخارج الذي تحقق A يسمى كذلك، عدد الحالات الملائمة لتحقيق A
عدد جميع مخارج التجربة يسمى كذلك عدد الحالات الممكنة)

مثال:

يحتوي صندوق على 35 بطاقة تحمل الكلمة نعم و72 بطاقة تحمل الكلمة لا كلها متشابهة عند اللمس. نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونهتم بالكلمة التي تحملها هذه البطاقة.

بما أن "البطاقات متشابهة عند اللمس" و"السحب عشوائي" ننمذج التجربة بقانون احتمال P متساوي التوزيع.

لتكن N الحادثة: "البطاقة المسحوبة تحمل الكلمة لا"

لدينا: عدد الحالات الممكنة هو 35+72 وهو 107

عدد الحالات الملائمة لتحقيق الحادثة N هو 72

منه: $P(N)=\frac{72}{107}$

الاحتمال كي تكون البطاقة المسحوبة تحمل الكلمة لا هو: $\frac{72}{107}$

جـ - خواص (مبرهنات مقبولة):

لتكن تجربة عشوائية منمذجة بقانون احتمال P على المجموعة Ω مجموعة المخارج لهذه التجربة.

مهما تكن الحادثتان A و B : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

إذا كانت A و B حادثتين منفصلتين (غير متلائمتين):

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

مهما تكن الحادثة A : $P(\overline{A})=1-P(A)$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

مهما تكن الحادثة A : $0 \le P(A) \le 1$

مثال:

يحتوي كيس على 40 قريصة كتبت عليها الأعداد من 11 إلى 50 كلها متشابهة عند اللمس (كل قريصة تحمل عددا واحدا وكل قريصتين مختلفتين تحملان عددين مختلفتين). نسحب عشوائيا قريصة واحدة من الكيس ونهتم بالعدد N المكتوب على هذه القريصة.

نسمي u رقم آحاد العدد N و d رقم عشرات العدد N ونعتبر الحوادث A,B,C,D,E حيث:

A : "$u \le 5$"، B : "$d \le 3$"، C : "$u \le 5$ و $d \le 3$"، D : "$u > 5$"، E : "$u \le 5$ أو $d \le 3$".

الهدف هو حساب احتمال كل واحدة من الحوادث A,B,C,D,E .

مجموعة المخارج لهذه التجربة هي المجموعة Ω حيث:

$$\Omega = \{11;12;13;.....;47;48;49;50\}$$

وبما أن "القريصات متشابهة عند اللمس" والسحب عشوائي ننمذج هذه التجربة بقانون احتمال P متساوي التوزيع.

وهكذا مهما تكن الحادثة X

$$P(X) = \frac{\text{عدد المخارج التي تحقق الحادثة } A}{\text{عدد جميع المخارج للتجربة العشوائية}}$$

عدد الحالات الممكنة هو عدد القريصات الموجودة في الكيس وهو 40

ولدينا:

$$A = \{11,12,13,14,15,20,21,22,23,24,25,30,31,32,33,34,35,40,41,42,43,44,45,50\}$$

$$B = \{11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30\}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$C = A \cap B$ منه: $C = \{11,12,13,14,15,20,21,22,23,24,25,30\}$

وهكذا: عدد الحالات الملائمة لتحقيق A هو 24

عدد الحالات الملائمة لتحقيق B هو 20

عدد الحالات الملائمة لتحقيق C هو 12

منه: $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{20}{40}$ و $P(C) = \frac{12}{40}$

أي: $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$ و $P(C) = \frac{3}{10}$

من جهة أخرى، لدينا: $D = \overline{A}$ منه: $P(D) = 1 - P(A)$

$$= 1 - \frac{3}{5}$$

منه: $P(D) = \frac{2}{5}$

وأخيرا لدينا: $E = A \cup B$ وعليه

$$P(E) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10}$$

$$= \frac{6+5-3}{10}$$

منه: $P(E) = \frac{8}{10}$ أي $P(E) = \frac{4}{5}$

تمارين موجهة

الهدف هو إكتساب بعض "الطرق العملية" تمكن من تعيين منهجي لعدد المخارج لبعض التجارب العشوائية المرجعية.

وفي حالة تجربة تتم في مراحل متتابعة أو باستعمال أدوات مختلفة سنوضح مبدأ "العد باستعمال "شجرة"، وهو مبدأ يعتمد على عملية الضرب.

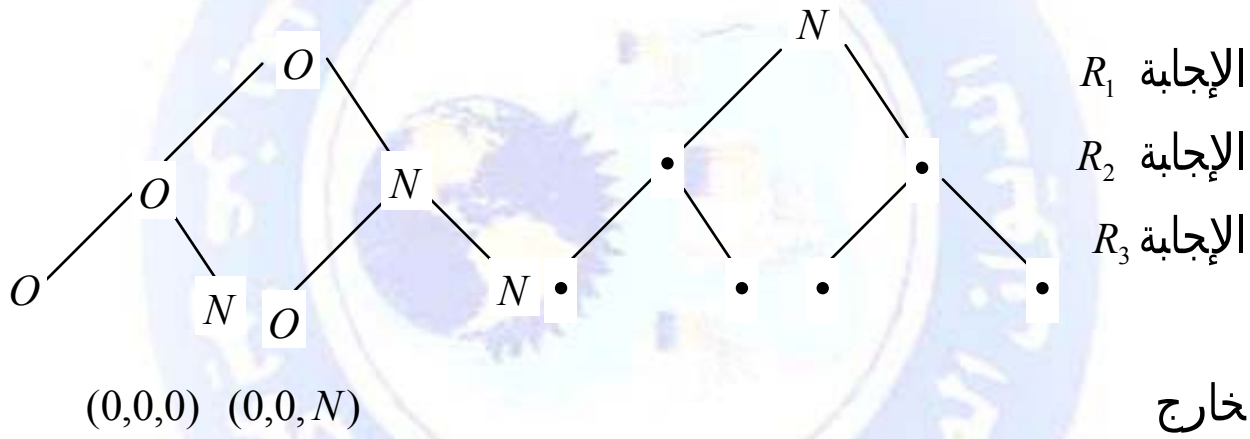
http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

تمرين موجه أول: لعبة "نعم أو لا"

- **المعطيات والأسئلة:**

تكمن لعبة في طرح 3 أسئلة متتابعة وعلى اللاعب أن يجيب إما "بنعم" (0) وإما بـ "لا" (لا) على كل واحد من الأسئلة. نتيجة لهذه اللعبة هي إذن ثلاثية مرتبة من الشكل (R_1, R_2, R_3) حيث R_1 الإجابة على السؤال الأول و R_2 الإجابة على السؤال الثاني و R_3 الإجابة على السؤال الثالث.

1 أنقل ثم أكمل "شجرة المخارج" التالية:

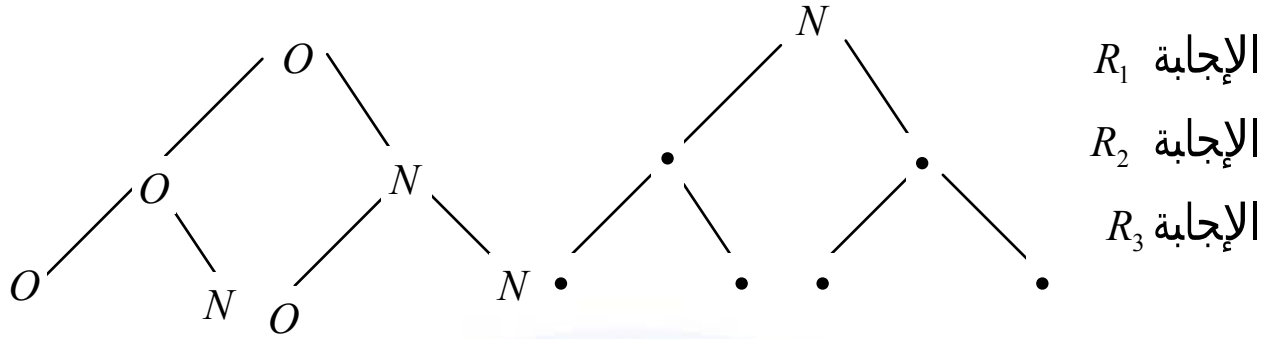


2 إذا شرحنا قواعد اللعبة لشخص يجهل تماما المواضيع التي بينت عليها الأسئلة وإجابة هذا الشخص عشوائيا على الأسئلة الثلاث فما هو الاحتمال كي يجيب الشخص بنعم على إثنين بالضبط من الأسئلة الثلاث المطروحة؟

- **الأجوبة والملاحظات:**

1 تكمل شجرة المخارج كما يلي:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©



2 كون "الشخص يجهل تماما المواضيع ويجيب عشوائيا" يوحي بنمذجة التجربة العشوائية بقانون احتمال P متساوي التوزيع

ومنه مهما تكن الحادثة X

$$P(X)=\frac{\text{عدد الحالات الملائمة لتحقيق } X}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

عدد الحالات الممكنة هو عدد مخارج التجربة وهو $2\times2\times2$ وهو 8 وإذا سمينا A الحادثة "الشخص يجيب بنعم على سؤالين بالضبط" الحالات الملائمة لتحقيق A أي المخارج التي تحقق الحادثة A هي المشار إليها بالإشارة (*) في شجرة المخارج وعددها 3

منه: $P(A)=\frac{3}{8}$

وعليه الاحتمال كي يجيب الشخص بنعم على سؤالين بالضبط من الأسئلة الثلاثة هو $\frac{3}{8}$

جميع الحقوق محفوظة ©

¶ ملاحظة:

1 التجربة المعتبرة في هذا التمرين من نموذج تجربة مثل "رمي 3 قطع نقدية D_1, D_2, D_3"

حيث يعوض R_1 بـ "وجه D_1"، R_2 بـ "وجه D_2" و R_3 بـ "وجه D_3" و0 بـ F و N بـ P (مثلا)

2 عند استعمال "شجرة المخارج" عادة، "لا تكتب المخارج لأنها "تقرأ ضمنيا على الشجرة"

تمرين موجه ثاني: السحب على التوالي وبإرجاع

- **المعطيات والأسئلة:**

يحتوي كيس على 5 قريصات، كلها متشابهة عند اللمس تحمل الأرقام من 1 إلى 5 (كل قريصة تحمل رقما واحدا وكل قريصتين مختلفتين تحملان رقمين مختلفين)، "نسحب عشوائيا، قريصة واحدة ونسجل رقمها ثم نعيدها إلى الكيس ثم نخلط محتوى الكيس ثم نسحب ثانية قريصة من الكيس ونسجل رقمها يمين الرقم المجل بعد السحب الأول" ونهتم بالعدد- المكون من رقمين- المسجل بعد السحبين.

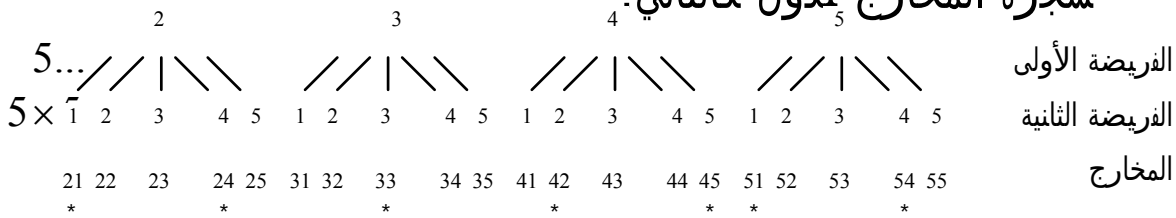
1 أنشيء شجرة المخارج للتجربة العشوائية المعتبرة.

2 ما هو الاحتمال كي يكون العدد المحصل عليه مضاعفا للعدد 3؟

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

- **الأجوبة والملاحظات:**

شجرة المخارج تكون كالتالي:



حسب المعطيات نمذجة التجربة تكون بقانون احتمال P متساوي التوزيع

وإذا سمينا A الحادثة "العدد المحصل عليه مضاعف للعدد 3"

المخارج التي تحقق الحادثة A هي المشار إليها بالإشارة (*) وعددها هو 9

وعدد جميع المخارج هو 5×5 منه: $P(A)=\frac{9}{25}$

وعليه الاحتمال كي يكون العدد المحصل عليه مضاعفا للعدد 3 هو $\frac{9}{25}$

¶ ملاحظة:

عادة يعبر على التجربة المعتبرة في هذا التمرين كما يلي:

"نسحب على التوالي وبارجاع قريصتين من الكيس"

تمرين موجه ثالث: السحب على التوالي وبدون ارجاع

- **المعطيات والأسئلة:**

يحتوي صندوق على 7 كرات مرقمة تحمل الأرقام من 1 إلى 6 (كل كرة تحمل رقما واحدا وكل كرتين مختلفتين تحملان رقمين مختلفين) تجربة تكمن

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

سحب كرة أولى من الصندوق وتسجيل رقمها ثم بدون ارجاع الكرة الأولى سحب كرة ثانية من الصندوق وتسجيل رقمها يمين الرقم الأول المسجل ثم بدون إرجاع الكرة الأولى ولا الكرة الثانية، سحب كرة ثالثة من الصندوق وتسجيل رقمها يمين الرقم الأول المسجل.

نهتم بالعدد المشكل من 3 أرقام، المحصل عليها على إثر السحبات الثلاث.

باستعمال بداية لشجرة المخارج، عين عدد المخارج لهذه التجربة.

- **الجواب والملاحظة:**

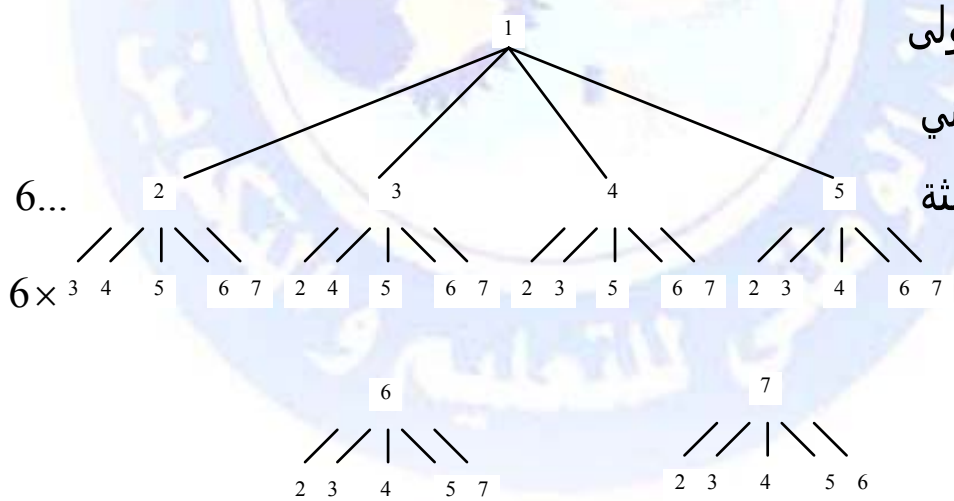
مخرج لهذه التجربة هو إذن عدد مشكل من 3 أرقام مختلفة مثنى مثنى مأخوذة من المجموعة $\{1;2;3;4;5;6;7\}$

ولتعيين عدد هذه الأعداد نكتفي بتعداد التي رقم مئاتها 1 ونستنتج المتبقية.

رقم الكرة الأولى

رقم الكرة الثاني

رقم الكرة الثالثة



منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 1 على اليسار هو 6×5

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 2 على اليسار هو 6×5

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 3 على اليسار هو 6×5

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 4 على اليسار هو 6×5

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 5 على اليسار هو 6×5

http://www.onefd.edu.dz

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 6 على اليسار هو 6×5

منه عدد المخارج التي تبدأ بالرقم 7 على اليسار هو 6×5

وبالتالي عدد جميع المخارج هو:

$6\times5+6\times5+6\times5+6\times5+6\times5+6\times5+6\times5$ وهو $7\times(6\times5)$

منه عدد المخارج لهذه التجربة العشوائية هو 210

¶ ملاحظة:

يعبر، عادة، على التجربة المعتبرة في هذا التمرين كما يلي:

"نسحب من الصندوق 3 كرات على التوالي وبدون إرجاع"

ملاحظة هامة:

التجارب المنصوص عليها في التمارين الموجهة هذه، مثل رمي نرد أو رمي قطعة نقدية تعتبر من التجارب المرجعية ويمكن اعتمادها محاكاة تجارب مماثلة لها.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

تمارين ومشكلات حول الاحتمالات

التمرين 1:

Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية بحيث: $\Omega=\{\alpha,\beta,\gamma\}$ نقوم بنمذجة هذه التجربة بقانون الاحتمال P بحيث:

$$P(\alpha)=\frac{1}{2} \qquad P(\beta)=\frac{1}{3}$$

1) أحسب $P(\gamma)$

2) عين جميع الحوادث المتعلقة بالتجربة العشوائية ثم أحسب احتمال كل واحد من هذه الحوادث.

التمرين 2:

لدينا نرد مكعب D أوجهه تحمل الأرقام 1،2،3،4،5،6 رمينا النرد D 2000 مرة فحصلنا على التكرارات التالية:

رقم الوجه العلوي	1	2	3	4	5	6
التكرار	301	513	136	457	304	289

نرمي النرد D مرة واحدة ونهتم بالرقم الذي يحمله الوجه المقابل للوجه الذي يقع عليه النرد D.

1) عين المجموعة Ω مجموعة المخارج لهذه التجربة ثم قم بنمذجة لهذه التجربة.

2) أحسب احتمال كل واحدة من الحوادث.

A: " الحصول على رقم فردي"

B: " الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

C: " الحصول على رقم زوجي أو على رقم مضاعف للعدد 3"

التمرين 3:

يحتوي صندوق على عدد معين من الكرات الحمراء وعدد معين من الكرات البيضاء نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد ونعلم أن احتمال الحادثة "جميع الكرات المسحوبة حمراء" هو $\frac{1}{68}$

فما هو احتمال الحادثة "واحدة، على الأقل، من الكرات المسحوبة بيضاء"؟

التمرين 4:

يتكون قسم من 40 تلميذا. 20% من التلاميذ لا يمارسون أية رياضة، 50% من التلاميذ يمارسون كرة القدم و42,5% يمارسون ألعاب القوى وكل تلميذ يمارس رياضتين مختلفتين على الأكثر.

نأخذ، عشوائيا، تلميذا واحد من القسم

1. ما هو الاحتمال كي يكون التلميذ يمارس كرة القدم وألعاب القوى
2. ما هو الاحتمال لكي يكون التلميذ يمارس كرة القدم فقط.

التمرين 5:

Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية، P قانون احتمال على Ω و A و B حادثتان متعلقتان بهذه التجربة

1. نعطي $P(A)=0,3$ و $P(A\cup B)=0,7$ و $P(A\cap B)=0,1$

أحسب $P(\overline{B})$

2. نعطي $P(\overline{A})=0,1$ ، $P(\overline{B})=0,2$ و $P(\overline{A\cap B})=0,5$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

أحسب $P(A\cup B)$ ؟

التمرين 6 :

تجربة تكمن في رمي نرد D أوجهه تحمل الأرقام 1،2،3،4،5،6 قصد الاهتمام بالرقم الذي يحمله الوجه المقابل للوجه الذي وقع عليه النرد، تكون Ω مجموعة المخارج لهذه التجربة هي بحيث $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

النرد D مزيف بحيث تكون نمذجة هذه التجربة وفق قانون احتمال P يحقق" $P(1),P(2),P(3),P(4),P(5),P(6)$ في الترتيب من اليسار إلى اليمين حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$"

1) أحسب $P(6),P(5),P(4),P(3),P(2),P(1)$

2) إذا رمينا النرد D مرة واحدة فما هو الاحتمال كي نحصل على رقم زوجي ؟

التمرين 7:

تكمن لعبة في رمي قطعة نقدية ونرد في آن واحد.

1) أنشيء شجرة المخارج للتجربة "رمي القطعة النقدية والنرد"

2) قواعد اللعبة بحيث إذا ظهر P على القطعة النقدية اللاعب يكسب عددا من النقط يساوي الرقم الذي يظهر على النرد وإذا ظهر F على القطعة النقدية اللاعب يكسب عددا من النقط يساوي الرقم الذي يظهر على النرد الناقص 1.

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

نقبل أن كل من القطعة النقدية والنرد متوازيان توازنا كامل إذا قمنا بهذه اللعبة.

1) ما هو الاحتمال كي نكسب 3 نقط؟

2) ما هو الاحتمال كي نكسب 6 نقط؟

التمرين8 :

نرمي نردين مكعبين متوازنان أحدهما أصفر والآخر أخضر أوجه كل منهما تحمل الأرقام من 1 إلى 6 (النردان عاديان)، مخارج "هذه التجربة هي الثنائيات من الشكل (a,b)حيث a الرقم الذي يظهر على النرد الأصفر و b الرقم الذي يظهر على النرد الأخضر.

1) أنقل ثم أكمل الجدول التالي:

النرد الأصفر

النرد الأخضر	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)					
2						
3		(2,3)				
4				(4,4)		
5						
6	(1,6)					

1) ما هو احتمال الحصول على ثنائية (a,b) بحيث يكون $a+b\geq 8$؟

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

حلول التمارين والمشكلات حول الاحتمالات

التمرين 1:

لدينا: $r=\{\alpha,\beta,\gamma\}$ و $P(\alpha)=\frac{1}{2}$ و $P(\beta)=\frac{1}{3}$

1 حساب $P(\gamma)$

لدينا: $P(r)=P(\alpha)+P(\beta)+P(\gamma)$

و $P(r)=1$

وعليه: $P(\alpha)+P(\beta)+P(\gamma)=1$

أي: $P(\gamma)=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

ومنه: $P(\gamma)=\frac{1}{6}$

2 تعيين جميع الحوادث المتعلقة بهذه التجربة العشوائية

لتكن E مجموعة جميع الحوادث لهذه التجربة عندئذ:

$$E=\{\phi,\{\alpha\},\{\beta\},\{\gamma\},\{\alpha,\beta\},\{\alpha,\gamma\},\{\beta,\gamma\},r\}$$

احتمال كل حادثة من الحوادث

مما سبق لدينا: $P(\alpha)=\frac{1}{2}$ و $P(\beta)=\frac{1}{3}$ و $P(\gamma)=\frac{1}{6}$

ولدينا:

$$P(\phi)=0$$

$$P(\{\alpha,\beta\})=P(\alpha)+P(\beta)=\frac{5}{6}$$

$$P(\{\alpha,\gamma\})=P(\alpha)+P(\gamma)=\frac{2}{3}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$P(\{\beta,\gamma\}) = P(\beta) + P(\gamma) = \frac{1}{2}$$
$$P(r) = 1$$

التمرين 2:

1) تعيين المجموعة r مجموعة المخارج لهذه التجربة

من المعطيات لدينا: $r = \{1,2,3,4,5,6\}$

نمذجة لهذه التجربة

تكون بنمذجة هذه التجربة بقانون الاحتمال P كما يلي:

المخرج w_i	1	2	3	4	5	6
الاحتمال $P(w_i)$	$\frac{301}{2000}$	$\frac{513}{2000}$	$\frac{136}{2000}$	$\frac{457}{2000}$	$\frac{304}{2000}$	$\frac{289}{2000}$

2) حساب احتمال كل حادثة من الحوادث المعطاة.

احتمال الحادثة A: " الحصول على رقم فردي"

$$P(A) = P(\{1,3,5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{741}{2000} = 0,3705$$

احتمال الحادثة B: " الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"

$$P(B) = P(\{3,6\}) = P(3) + P(6) = \frac{425}{2000} = 0,2125$$

احتمال الحادثة C: " الحصول على رقم زوجي أو على رقم مضاعف للعدد 3"

نعتبر الحادثة :"الحصول على رقم زوجي"

هذه الحادثة هي $\overline{A}$ عندئذ:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$P(C)=P(\overline{A}\cup B)=P(\overline{A})+P(B)-P(\overline{A}\cap B)$$
$$=1-P(A)+P(B)-P(\overline{A}\cap B)$$
$$=1-\frac{741}{2000}+\frac{425}{2000}-\frac{289}{2000}$$
$$=\frac{2000-741+425-289}{2000}$$
$$=\frac{1395}{2000}$$
$$=0,6975$$

التمرين 3 :

نعتبر الحادثتين A و B

A :"جميع الكرات المسحوبة حمراء"

B :" واحدة، على الأقل، من الكرات المسحوبة بيضاء"

احتمال الحادثة B

نقوم بنمذجة هذه التجربة بقانون احتمال P عندئذ:

$$P(B)=1-P(A)$$

لأن: B هي $\overline{A}$ وعليه:

$$P(B)=1-\frac{1}{68}=\frac{67}{68}$$

التمرين 4 :

نعتبر الحادثتين A و B حيث:

A :"التلميذ يمارس كرة القدم"

B :" التلميذ يمارس ألعاب القوى"

1 احتمال كي يكون التلميذ يمارس كرة القدم وألعاب القوى

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

نقوم بنمذجة هذه التجربة بقانون احتمال P

الحادثة:" التلميذ يمارس كرة القدم وألعاب القوى" هي الحادثة $A\cap B$ عندئذ:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

$$=\frac{50\times\frac{40}{100}}{40}+\frac{42,5\times\frac{40}{100}}{40}-\frac{80\times\frac{40}{100}}{40}$$

$$=\frac{50}{100}+\frac{42,5}{100}-\frac{80}{100}$$

$$=0,125$$

2) الاحتمال كي يكون التلميذ يمارس كرة القدم فقط

لتكن C الحادثة:" التلميذ يمارس كرة القدم فقط؟ عندئذ:

$A=C\cup(A\cap B)$ حيث: $(A\cap B)\cap C=\phi$

$$P(A)=P(C)+P(A\cap B)$$

$$P(C)=P(A)-P(A\cap B)$$

وعليه:

$$=\frac{50}{100}-\frac{12,5}{100}$$

$$=0,375$$

التمرين 5 :

1) حساب $P(\overline{B})$

لدينا: $P(A)=0,3$ و $P(A\cup B)=0,7$ و $P(A\cap B)=0,1$

عندئذ:

$$P(\overline{B})=1-P(B)$$

$$=1-\left(P(A\cup B)-P(A)+P(A\cap B)\right)$$

$$=1-(0,7-0,3+0,1)$$

$$=0,5$$

جميع الحقوق محفوظة ©

2 حساب $P(A\cup B)$

لدينا: $P(\overline{A})=0,1$ ، $P(\overline{B})=0,2$ و $P(\overline{A\cap B})=0,5$

عندئذ:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=(1-P(\overline{A}))+(1-P(\overline{B}))-(1-P(\overline{A\cap B}))$$
$$=1-P(\overline{A})-P(\overline{B})+P(\overline{A\cap B})$$
$$P(A\cup B)=1-0,3-0,4+0,5$$
$$=0,8$$

التمرين 6:

تجربة تكمن في رمي نرد D أوجهه تحمل الأرقام 1،2،3،4،5،6 قصد الاهتمام بالرقم الذي يحمله الوجه المقابل للوجه الذي وقع عليه النرد، تكون Ω مجموعة المخارج لهذه التجربة هي بحيث $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

النرد D مزيف بحيث تكون نمذجة هذه التجربة وفق قانون احتمال P يحقق" $P(1),P(2),P(3),P(4),P(5),P(6)$ في الترتيب من اليسار إلى اليمين حدود متتابعة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$"

1 حساب كلا من: $P(6),P(5),P(4),P(3),P(2),P(1)$

لدينا: $P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1$

أي أن: $P(1)+\frac{1}{2}P(1)+\frac{1}{4}P(1)+\frac{1}{8}P(1)+\frac{1}{16}P(1)+\frac{1}{32}P(1)=1$

أي أن: $\frac{63}{32}P(1)=1$

ومنه: $P(1)=\frac{32}{63}$

وعليه:

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

$$P(2)=\frac{1}{2}P(1)=\frac{16}{63}$$

و $P(3)=\frac{1}{4}P(1)=\frac{8}{63}$

و $P(4)=\frac{1}{8}P(1)=\frac{4}{63}$

و $P(5)=\frac{1}{16}P(1)=\frac{2}{63}$

و $P(6)=\frac{1}{32}P(1)=\frac{1}{63}$

2 احتمال الحصول على رقم زوجي

الاحتمال المطلوب هو: $P(\{2,4,6\})$ ولدينا:

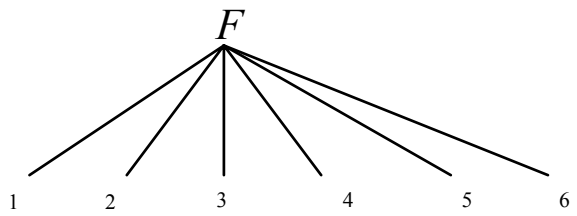
$$P(\{2,4,6\})=P(2)+P(4)+P(6)$$
$$=\frac{16}{63}+\frac{4}{63}+\frac{1}{63}$$
$$=\frac{21}{63}$$
$$=\frac{1}{3}$$

التمرين 7:

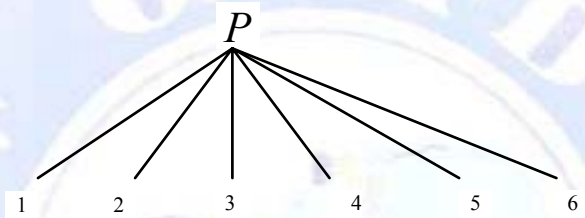
تكمن لعبة في رمي قطعة نقدية ونرد في آن واحد.

جميع الحقوق محفوظة ©

1 إنشاء شجرة المخارج لتجربة "رمي القطعة النقدية والنرد"



$(F,1)$ $(F,2)$ $(F,3)$ $(F,4)$ $(F,5)$ $(F,6)$



$(P,1)$ $(P,2)$ $(P,3)$ $(P,4)$ $(P,5)$ $(P,6)$

2 الاحتمال كي نكسب 3 نقط

نقوم بنمذجة هذه التجربة بقانون احتمال P

كي يكسب اللاعب 3 نقط يجب أن يظهر P مع 3 أو F مع 4

وعليه:

الاحتمال المطلوب هو $P(A)$ هو:

$$P(A)=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

2 الاحتمال كي نكسب 6 نقط

كي يكسب اللاعب 6 نقط يجب أن يظهر P مع 6 فقط وعليه:

الاحتمال المطلوب هو $P(B)$ حيث:

$$P(B)=\frac{1}{12}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

التمرين8 :

1) نقل وإكمال الجدول التالي:

النرد الأصفر

النرد الأخضر	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

1) احتمال الحصول على ثنائية (a,b) بحيث يكون $a+b\geq 8$

ليكن: p الاحتمال المطلوب.

من الجدول السابق نجد أن الثنائيات من الشكل (a,b) التي تحقق: $a+b\geq 8$

عددها: 15

وعدد الثنائيات في الجدول 36 ومنه:

$$p=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©